INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO SERTÃO PERNAMBUCANO
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA DE FÍSICA
CURSO DE LICENCIATURA DE FÍSICA

FRANCEANDERSON ALVES DE MOURA

# Teoria clássica de campos na eletrodinâmica de Proca e de Myers-Pospelov em um contexto fenomenológico

SALGUEIRO
2021

FRANCEANDERSON ALVES DE MOURA

TEORIA CLÁSSICA DE CAMPOS NA ELETRODINÂMICA DE PROCA E DE MYERS-POSPELOV EM UM CONTEXTO FENOMENOLÓGICO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Coordenação do curso de Licenciatura de Física do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano, campus Salgueiro, como requisito parcial à obtenção do título de Graduado em Licenciatura em Física. Orientador: Prof. Ms. Thiago Alves de Sá Muniz Sampaio.

SALGUEIRO

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

M929 Moura, Franceanderson Alves de.

Teoria clássica de de campos na eletrodinâmica de Proca e de Myers-Pospelov em um contexto fenomenológico / Franceanderson Alves de Moura. - Salgueiro, 2021.
37 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Física) -Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano, Campus Salgueiro, 2021.
Orientação: Prof. Msc. Thiago Alves de Sá Muniz Sampaio..

1. Eletrodinâmica. 2. Violação de invariância de Lorentz. 3. Teoria clássica de campos e fenomenologia. I. Título.

CDD 537.3

Gerado automaticamente pelo sistema Geficat, mediante dados fornecidos pelo(a) autor(a)

FRANCEANDERSON ALVES DE MOURA

# TEORIA CLÁSSICA DE CAMPOS NA ELETRODINÂMICA DE PROCA E DE MYERS-POSPELOV EM UM CONTEXTO FENOMENOLÓGICO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Coordenação do curso de Licenciatura de Física do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano, campus Salgueiro, como requisito parcial à obtenção do título de Graduado em Licenciatura em Física.

Aprovada em ______________________

**Banca Examinadora**

______________________________________

Prof. Ms. Thiago Alves de Sá Muniz Sampaio.

Orientador

______________________________________

Prof. Ms. Rafael de Jesus dos Santos Oliveira.

Examinador

Prof. Dr. Julio Cesar Mota Silva.

Examinador

Prof. Pedro Davi Motas Pereira.

Examinador

SALGUEIRO

2021

Dedico a minha bisavó, Dona Josefina.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a todos que lutaram pela nossa liberdade física e mental. A minha família. A todos professores que contribuiram com essa jornada. Às pessoas com quem convivi ao longo desses anos de curso, que me incentivaram e que certamente tiveram impacto na minha formação acadêmica.

A tragédia e a sátira são irmãs e estão sempre de acordo; consideradas ao mesmo tempo, recebem o nome de verdade.
Fiódor Dostoiévski.

## RESUMO

Neste trabalho, apresentamos inicialmente o formalismo lagrangiano para teoria de campos e o eletromagnetismo no mesmo formalismo. Logo após introduzimos o modelo eletrodinâmico de Proca, onde estudamos as modificações na equação de movimento, equações de Maxwell relação de dispersão causadas por um termo que contém a massa do fóton. Consideramos também a Eletrodinâmica de Myers- Pospelov, que viola a simetria de Lorentz com operador de dimensão 5, deduzimos as modificações igualmente do modelo interior, porém nesse modelo temos resultados bem diferentes. Estudamos também aspectos fenomenológicos onde com base nos modelos apresentados iremos fazer testes para mensurar a massa do fóton com dados de FRBs, bem como testes da violação da simetria de Lorentz com base nos resultados obtidos dos raios gamas GBR041219A.



**Palavras-chave**: Violação de invariância de Lorentz, Teoria clássica de campos e fenomenologia.

## ABSTRACT

In this work, we present the Lagrangian formalism for field theory and electromagnetism in the same formalism. Soon after, we introduce the electrodynamic model of Proca, where we study as modifications in the equation of motion, Maxwell's equations of dispersion ratio caused by a term that contains a photon's mass. We also consider the Myers-Pospelov Electrodynamics, which violates a Lorentz symmetry with a 5-dimensional operator, which we deduce as equally modifications from the interior model, but in this model we have very different results. We also study phenomenological aspects where, based on the models, they should provide tests to measure the photon mass with FRBs data, as well as tests for violation of Lorentz symmetry based on the results obtained from the GBR041219A gamma rays.

**Keywords**: Lorentz Invariance Violation, Classical Field Theory and Phenomenology.

**Lista de Abreviaturas e Siglas**

TRR - Teoria da Relatividade Restrita

TRG - Teoria da Relatividade Geral

TCE - Teoria de Campos Efetiva

MPE - Modelo Padrão Extendido

VIL - Vilação de Invariancia de Lorentz

GRB - Gamma-ray burst (Explosão de Raios Gamma)

FRB - Fast Radio Burst

# Sumário

# Capítulo 1

# INTRODUÇÃO

No início do século XX Einstein apresentou a teoria da relatividade restrita (TRR) ao mundo. Essa teoria foi a base de várias posteriores e mostrou que as teorias físicas, de forma geral, possuem seu domínio de validade, por exemplo as leis de Newton passam a ser incorretas se consideramos um sistema em que as particulas tem velocidade próxima a velocidade da luz **c** . Para velocidade muito pequenas, em relação a **c**, a mecânica newtoniana se mostra muito precisa. Então partindo dessa ideia podemos questionar sobre o limite de aplicação de certas leis da física. Ainda no século passado surgiu duas grandes teorias físicas que se mostrariam as mais bem sucedidas.

A teoria da relatividade geral (TRG) , que de forma geral, explica a interação gravitacional de corpos com alta velocidades, bem como campos gravitacionais intensos. A TRG trás consigo um nova noção para o espaço-tempo, que é o pano de fundo geométrico onde ocorrem as interações pertinentes a essa teoria. A outra teoria bem sucedida é o Modelo Padrão (MP) que descrever as interações de partículas no nível quântico.

O principal problema que surge é que dentro das teorias quânticas de campos não é possível descrever a gravitação, ou seja, não existe uma teoria unificada que descreva esses fenômenos. Apesar disso , espera-se que em altos niveis de energia, escala de Planck $Mp = 1,22x10^{19}GeV$, seja possível obter resultados que indiquem uma unificação. Atualmente o problema que as candidatas a teoria de Gravitação Quântica enfrentam é de como experimentalmente obter tais resultados , já que é necessário energias da ordem da escala de Planck. Outra alternativa é a detecção indireta de efeitos residuais em baixas energias.

Uma das propriedades mais importante da física é a simetria, a partir dessa podemos obter leis de conservação, por exemplo se a gente considerar uma simetria (invariança) de translação isso implicará numa conservação de momento linear . Isso foi demostrado pela grande matemática Emmy Noether. Na TRR trabalha-se com a simetria de Lorentz, do qual se extrai as transformações de Lorentz. A validade dessa simetria implica que a TRR está correta . Portanto físicos teóricos propuseram teorias em que essa simetria era quebrada (violada), daí então surge o modelo padrão estendido (MPE), (Colladay und Kosteleckỳ, 1998) que leva em consideração justamente esta quebra de simetria. Como trata-se de teorias de campo efetivas (TCE), espera-se que os efeitos residuais possam ser observados pelos termos adicionais.

A teoria de Chern-Simons possue várias aplicações em física, como no efeito Hall e supercondutividade (Ferrari, 2019). Essa teoria é descrita num espaço de três dimensões, um de tempo e dois de espaço. Porém a generalização dessa teoria para um espaço quadridimensional presupõe um vetor constante que implica numa violação da simetria de Lorentz. Como era de interesse estudar essa violação, um grupo de físicos propuseram um modelo onde um campo de fundo é responsável pera quebra de simetria. Este é denominado o modelo de Carroll-Field-Jackiw (CFJ) (Carroll u. a., 1990) que foi o pioneiro nesse campo de violações de simetria de Lorentz. Posteriormente surgiram novos modelos que adicionam a lagrangiana usual um termo que gera a quebra de simetria.

Um dos modelo eletrodinâmico bem conhecido da literatura é o de Maxwell-Proca (Gonçales, 2008) o qual considera que o termo adicional, $m^2 A_\mu A^\mu$, que contém a massa do fóton e quebra a simetria de gauge. Esse fato terá varias implicações , por exemplo a relação entre massa e frequência na relação de dispersão. Considerando um evento cosmológico recente , Fast Radio Burts (FRBs) , podemos a partir da relação de dispersão modificada obter um limite superior para massa.

A fim de estabelecer uma teoria que investigasse efeitos de Vilação de Invariancia de Lorentz (VIL) na escala de Planck, $Mp = 1,22x10^{19} GeV$, Myers e Pospelov (Myers und Pospelov, 2003), construiram um modelo com altas ordens derivativas com a presença de um quadrivetor, $n^\mu$, que interage por exemplo com o setor fotônico. Considerando efeitos de birrefringência do vácuo podemos estimar um valor para o parâmento $\xi$, que controla essa violação de simetria. Isso é possível quando consideramos os resultados astrofísicos recentes, onde temos eventos como o Gamma Ray Bursts (GRBs) que em inúmeros trabalhos é utilizado como base na obtenção de $\xi$.

Com base nessa discursão o presente trabalho incialmente, no capítulo 2, é apresentado o formalismo lagrangiano de campos e posteriormente a eletrodinâmica usual utilizando já esse formalismo. No capítulo 3 temos a eletrodinâmica de Maxwell-Proca, onde é obtida a relação de dispersão modificada e discutido algumas das suas implicações. Já no capítulo 4 é dissertado sobre a teoria com operadores de dimensão-cinco, modelo de Myers Pospelov, no qual também da relação de dispersão modificada será visto algumas implicações. Por fim no capítulo 5, sobre fenomenologia, é estudado dois eventos cosmológicos: O primeiro é o GRBs do qual analisamos os resultados para possíveis efeitos de birrefringência do vácuo, o segundo é o FRBs, de onde obtemos um limite superior para a massa fotônica.

No presente trabalho utilizaremos o formalismo covariante, sendo o quadrivetor $x^{\mu}(\mu = 0,1,2,3)$ dos quais 3 são espaciais $x^{i}(i = 1,2,3)$ que são a posição do evento no espaço, já $x^{0}$ corresponde o tempo ($x^{0} = ct$), onde c é a velocidade da luz no vácuo. Vale ressaltar que será utilizado o sistema de unidades naturais, ou seja, $c = \hbar = 1$, onde $\hbar$ é a constante de Planck. A métrica que usaremos é a de Minkowski, onde por convenção definimos o tensor métrico de Minkowski $\eta_{\mu\nu} = (1,-1,-1,-1)$.

# Capítulo 2

# FORMULAÇÃO LAGRANGIANA DE CAMPOS

No formalismo lagrangiano podemos determinar as equações de movimento usando as coordenadas generalizadas $q_1, .....q_n$ que eventualmente torna mais fácil o processo, já que se usa o numero mínimo de coordenadas e não consideradas forças de vínculos dos sistemas. A lagrangiana é definida em função das coordenadas generalizadas, velocidades e possivelmente do tempo $L = (q_k, \dot{q}_k, t)$ (Lemos, 2007). Ela é determinada pela diferença da energia cinética e potencial, ou seja $L = T - V$, essa será aplicada nas equações de Euler-Lagrange resultando nas equações de movimento corresponde a cada coordenada.

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} = \frac{\partial L}{q_k}, \tag{2.1}$$

onde $k = 1, ..., n$.

Na teoria de campos usamos o mesmo formalismo, porém para um sistema contínuo (campos) teremos infinitos graus de liberdade e $q_k(x)$ que será substituído por $\phi_x(t)$, ou seja, essa coordenada estará relacionada a cada ponto do espaço (Lemos, 2007). Dessa forma no lugar de lagrangiana será considerada a densidade de lagrangiana. A parti dessa pode se obter a nova equação de Euler-Lagrange.

Temos por definição que a ação é dada por, $\mathcal{S} = \int_{t_1}^{t_2} L dt$ , onde a ação é igual a integral da lagrangiana, no intervalo de $t_1 - t_2$. Aplicando o princípio variacional , $\delta\mathcal{S} = 0$.

$$\delta\mathcal{S} = \delta\int_{t_1}^{t_2} L dt = 0, \tag{2.2}$$

no caso mais simples de um sistema contínuo com uma dimensão, ou seja, a coordenada generalizada é $\phi_x(t)$ a densidade de lagrangiana será a seguinte , $\mathcal{L}\left(\phi,\frac{\partial\phi}{\partial x},\frac{\phi}{\partial t},x,t\right)$, e a ação. $\mathcal{S}=\int d^4x\mathcal{L}\left(\phi,\frac{\partial\phi}{\partial x},\frac{\partial\phi}{\partial t},x,t\right)$, quando aplicado com o princípio variacional teremos:

$$\delta\mathcal{S}=\delta\int d^4x\mathcal{L}\left(\phi,\frac{\partial\phi}{\partial x},\frac{\partial\phi}{\partial t},x,t\right)$$

$$\delta\mathcal{S}=\int_{t_1}^{t_2}dt\int dx\left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi}\delta\phi+\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\phi}}\delta\dot{\phi}+\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi'}\delta\phi'\right]$$

$$\int_{t_1}^{t_2}dt\int dx\left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi}-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\partial\phi/\partial t\right)}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\partial\phi/\partial x\right)}\right)\right]\delta\phi=0,$$

a partir daqui deduzimos a equação de Euler-Lagrange que fica da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\partial\phi/\partial t\right)}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\partial\phi/\partial x\right)}\right)-\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi}=0. \tag{2.3}$$

Para vários campos com 3 dimensões podemos escrever a lagrangiana como $\mathcal{L}(\phi,\frac{\partial\phi}{\partial t},\vec{\nabla}\phi,\vec{x},t)$,logo teremos,

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\partial\phi_\alpha/\partial t\right)}\right)+\vec{\nabla}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\vec{\nabla}\phi_\alpha\right)}\right)-\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi_\alpha}=0, \tag{2.4}$$

Onde $\alpha=1,\ldots,N$.

Para trabalhar com campos é conveniente ultilizar a notação covariante, então teremos campos em função de quadrivetor do tipo $A^\mu$, onde $\mu=(0,1,2,3)$, logo podemos reescrever a equação (2.4).

$$\partial_\mu\left[\frac{\partial L}{\partial\left(\partial_\mu A_\alpha\right)}\right]-\frac{\partial L}{\partial A_\alpha}=0, \tag{2.5}$$

onde, $\partial_\mu=\frac{\partial}{\partial x^\mu}=\left(\frac{\partial}{\partial t},\vec{\nabla}\right)$.

## 2.1 Eletrodinâmica usual

As leis do eletromagnetismo são sintetizadas em poucas equações, ao qual denominamos as equações de Maxwell, visto ter sido este quem reuniu de forma sistemática tais leis e modificou uma das equações. Podendo-se expressar na forma integral ou diferencial. Vale ressaltar que basta aplicar os teoremas de Gauss e de Stokes para fazer a transformação de uma forma para outra. Em essência as equações, seja qual for a forma, tem o mesmo significado físico. Inicialmente vamos apresentar a densidade de lagrangiana que gera as equações de Maxwell, na forma diferencial. Posteriormente as soluções dessas equações fornecerão a base para a teoria da relatividade restrita de Einstein. Essa eletrodinâmica será base para a comparação com as teorias com termos adicionais.

## 2.2 Equação de movimento

A densidade de lagrangiana é um escalar, portando adicionando um termo escalar qualquer ela permanece igual frente a uma dada transformação de calibre, ou seja, ela é invariante de calibre. Algumas definições se fazem necessárias;

- $J^{\mu} = \left(\rho, \vec{J}\right)$ a quadri-corrente,
- $A^{\mu} = \left(\phi, \vec{A}\right)$ o quadri-potencial,
- Tensor de campo eletromagnético $F^{\mu\nu}$ , que é um tensor antissimetrico de segunda ordem, tem as seguintes componentes,

  $$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -B_z & B_y \\ E_y & B_z & 0 & -B_x \\ E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$

  em termos do potencial temos, $F^{\mu\nu} = \partial^{\mu}A^{\nu} - \partial^{\nu}A^{\mu}$.

Com essas definições vamos agora apresentar a lagrangiana da eletrodinâmica usual,

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - J_{\mu}A^{\mu}. \tag{2.6}$$

utilizando (2.5) podemos obter a equação de movimento. Então para o segundo termo:

$$\frac{\partial L}{\partial A_{\alpha}} = \frac{\partial J^{\alpha}A_{\alpha}}{\partial A_{\alpha}} = J^{\alpha},$$

o primeiro termo pode ser derivado da seguinte forma,

$$\frac{\partial L}{\partial\left(\partial_{\mu}A_{\alpha}\right)} = -\frac{1}{4}\left[\frac{\partial F_{\beta\gamma}}{\partial\left(\partial_{\mu}A_{\alpha}\right)}F^{\beta\gamma} + \frac{\partial F^{\beta\gamma}}{\partial\left(\partial_{\mu}A_{\alpha}\right)}F_{\beta\gamma}\right]$$

$$= -\frac{1}{4}\left[2\frac{\partial F_{\beta\gamma}}{\partial\left(\partial_\mu A_\alpha\right)}F^{\beta\gamma}\right] = -\frac{1}{2}\left(\delta^\mu_\beta\delta^\alpha_\gamma - \delta^\mu_\gamma\delta^\alpha_\beta\right)F^{\beta\gamma}$$

reorganizando temos ,

$$-\frac{1}{2}\left(F^{\mu\alpha} - F^{\alpha\mu}\right) = F^{\alpha\mu},$$

finalmente temos a equação de movimento abaixo,

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\nu. \tag{2.7}$$

Se consideramos a identidade de Bianchi, $\partial_\sigma F^{\mu\nu} + \partial_\nu F^{\sigma\mu} + \partial_\mu F^{\nu\sigma} = 0$, chegamos a seguinte equação,

$$\partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = 0, \tag{2.8}$$

com essa equação podemos obter as equações homogeneas de Maxwell.

## 2.3 Equações de Maxwell

Da equação de movimento podemos deduzi as equações de Maxwell, tendo que o campo elétrico é definido por: $F^{0i} = E^i$ e o campo magnético $F^{ij} = \varepsilon^{ijk}B_k$, em que $\varepsilon^{ijk}$ é o símbolo de Levi-Civita. Inicialmente vamos obter as equações não-homogêneas partindo da (2.7), tomando $\nu = 0$,

$$\partial_0 F^{00} + \partial_i F^{i0} = J^0,$$

como o primeiro termo é nulo, resta o divergente do campo elétrico e $\rho$,

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \rho. \tag{2.9}$$

Se consideramos, $\nu = i$, obtemos a Lei de Ampere-Maxwell,

$$\partial_0 F^{0i} + \partial_j F^{ji} = J^i,$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} - \frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \vec{J}. \tag{2.10}$$

Para as equações homogêneas vamos partir de, (2.8), no caso de $\nu = 0$,

$$\partial_\mu \tilde{F}^{\mu 0} = 0,$$

$$\partial_0 \tilde{F}^{00} + \partial_i \tilde{F}^{i0} = 0,$$

temos a equação que evidência a inexistência de monopólios magnéticos,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \tag{2.11}$$

Por fim vamos ober a Lei de indução de Faraday, para o caso $\nu = i$;

$$\partial_\mu \tilde{F}^{\mu i} = 0,$$

$$\partial_0 \tilde{F}^{0i} + \partial_j \tilde{F}^{ji} = 0,$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \tag{2.12}$$

## 2.4 Relação de dispersão

Se aplicarmos uma transformação de calibre em A, como:

$$A^\mu \rightarrow A^\mu + \partial^\mu \Lambda, \tag{2.13}$$

podemos observar que o tensor eletromagnético é invariante por essa transformação de calibre. Dada a propriedade desse quadripotencial na literatura as vezes A é definido como o campo de calibre. Tomando a transformação da quantidade, $\partial_\mu A^\mu$,

$$\partial_\mu A^\mu \rightarrow \partial_\mu A^\mu + \Box \Lambda$$

Escolhendo $\Lambda$ de tal forma $\Box \Lambda = -\partial_\mu A^\mu$, obtemos $\partial_\mu A^\mu = 0$ que é o calibre de Lorentz. Levando em conta a ausência de fontes $J^\mu = 0$ e substituindo o calibre na (2.7) temos,

$$\Box A^\mu = 0.$$

Para encontrar uma equação de onda, podemos considerar uma solução do tipo:

$$A^{\mu} = \chi^{\mu} e^{-ik_{\lambda}x^{\lambda}}$$

,

substituindo na nova equação de movimento temos,

$$-k^2 \chi^{\mu} e^{-ik_{\lambda}x^{\lambda}} = 0$$

logo $-k^2 A^{\mu} = 0$, onde $A^{\mu} \neq 0$ e $k^{\mu} = \left(\omega, \vec{k}\right)$

portanto $k^{\mu}k_{\mu} = 0$ e

$$\omega^2 - \mid \vec{k} \mid^2 = 0. \tag{2.14}$$

Daí temos $\omega = \pm|\vec{k}|$ se tomamos a velocidade de grupo $\frac{d\omega}{d|\vec{k}|}$ e de fase $\frac{\omega}{|\vec{k}|}$ veremos que o resultado é 1 , que no nosso sistema é igual a c, o que nos diz que o vácuo seria um meio não dispersivo.

# Capítulo 3

# ELETRODINÂMICA DE PROCA

Ao desenvolver a eletrodinâmica clássica temos em vista que o fóton, partícula fundamental da luz, se propaga com velocidade c e que sua massa é nula. Porém existem teorias que preveem um fóton massivo, pelo fato de que não é possível garantir que a massa do fóton seja realmente nula, pois ele pode ter uma massa tão pequena que seria difícil mensurar. Dada essa perspectiva criou-se uma teoria que acomoda esse fóton de massa finita, no entanto deve-se abandonar a invariância de gauge para propor uma teoria distinta. Então temos a teoria de Maxwell-Proca que adiciona um termo de massa a lagrangiana da eletrodinâmica usual (Gonçales, 2008). Nesse capítulo vamos desenvolver tal teoria e entender quais os significados físicos dos seus resultados.

## 3.1 Equação de movimento

Partindo da densidade de lagrangiana, utilizando as equações de Euler-Lagrange, podemos obter a equação de movimeto que será nosso ponto de partida para posterior análise.

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m^2 A_\mu A^\mu - J_\mu A^\mu \tag{3.1}$$

Utilizando a (2.5) para essa lagrangiana temos o termo usual, (2.7), o qual ja sabemos o resulatdo e o termo $\frac{1}{2}m^2 A_\mu A^\mu$ que so depende do potencial e $m$ seria a massa do fóton. Assim basta calcular esse termo para chegarmos à equação final.

$$\frac{\partial L}{\partial A_\alpha} = \frac{1}{2}m^2\left(\frac{\partial A_\alpha}{\partial A_\alpha}A^\alpha + \frac{\partial A^\alpha}{\partial A_\alpha}A_\alpha\right),$$

organizando os índicies, derivando e somando temos que, $\frac{\partial L}{\partial A_\alpha} = m^2 A^\alpha$, assim temos a equação de movimento;

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + m^2 A^\nu = J^\nu. \tag{3.2}$$

essa equação, em termos do potencial $A^\mu$, pode ser escrita da seguinte forma;

$$\partial_\mu \left(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu\right) + m^2 A^\nu = J^\nu$$

reorganizando temos

$$\Box A^\nu - \partial^\nu \left(\partial_\mu A^\mu\right) + m^2 A^\nu = J^\nu$$

onde $\Box = \partial_\mu \partial^\mu$ e aplicando , $\partial_\nu$, na equação a cima;

$$\partial_\nu \left[\Box A^\nu - \partial^\nu \left(\partial_\mu A^\mu\right) + m^2 A^\nu\right] = \partial_\nu J^\nu$$

$$\Box \partial_\nu A^\nu - \Box \partial_\mu A^\mu + m^2 \partial_\nu A^\nu = \partial_\nu J^\nu$$

O primeiro e segundo termos são iguais e por isso se cancelam. Considerando a conservação da corrente , $\partial_\nu J^\nu = 0$.

$m^2 \partial_\nu A^\nu = 0$, dado que $m \neq 0$, temos

$$\partial_\nu A^\nu = 0$$

usando essa condição na, (3.2), chegamos na seguinte equação;

$$\left(\Box + m^2\right) A^\nu = 0, \tag{3.3}$$

temos a equação klein-Gordon para o fóton, sendo $m$ o parâmetro que representa a massa de repouso.

## 3.2 Equações de Maxwell modificadas

Considerando o termo adicional na (3.2) iremos obter duas equações modificadas, ou seja, como a equação de movimento usual sofre uma transformação, isso será refletido nas relação deduzidas a seguir.

A lei de Gauss, representada pela (2.9), , bem como a lei de Ampère, (2.10), no modelo de Proca levaram em consideraçãoo termo $\frac{1}{2}m^2A^\mu$, logo teremos as seguintes relações;

Tomando (3.2) e para $\nu = 0$ temos;

$$\partial_\mu F^{\mu 0} + m^2 A^0 = J^0$$

$$\partial_0 F^{00} + \partial_j F^{j0} = J^0 - m^2 A^0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} + m^2 \phi = \rho \tag{3.4}$$

Aqui também será feito o mesmo processo para (2.10); porém, vamos atribuir $\nu = i$ e assim obtemos:

$\partial_\mu F^{\mu i} = J^i - m^2 A^i$

$\partial_0 F^{0i} + \partial_j F^{ji} = J^i - m^2 A^i$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} + m^2 \vec{A} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{3.5}$$

Podemos obter as duas equações homogêneas de Maxwell através do tensor dual e veremos que elas não serão alteradas, ou seja, retornaremos para (2.11) e (2.12),

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

## 3.3 Relação de dispersão modificada

Sabemos que um dos postulados da TRR estabelece que a velocidade da luz deve ser a mesma em todos os referenciais inerciais (Nussenzveig, 2014). No modelo estudado aqui veremos que essa velocidade depende explicitamente da massa do foton e sua frequência. Vamos resolver a (3.3), onde $J^\nu = 0$, portanto;

$$\left(\Box + m^2\right) A^\nu = 0,$$

Podemos sugerir uma solução para o sistema, ou seja

$$A^{\mu} = \chi^{\mu} e^{-ik_{\lambda}x^{\lambda}}$$

,

substituindo na equação (3.3),

$$\left(-K^{\mu}K_{\mu} + m^2\right)\chi^{\mu} e^{-ik^{\lambda}x_{\lambda}} = 0$$

,

como $A^{\mu} \neq 0$, temos o seguinte resultado,

$$\left(-K^{\mu}K_{\mu} + m^2\right) = 0$$

onde $K^{\mu} = \left(w, \vec{K}\right)$,
assim chegamos a relação de dispersão,

$$w^2 - |\vec{k}|^2 = m^2 \tag{3.6}$$

É notavel que podemos, a partir dessa relação, obter a equação de energia momento relativística. Então temos a energia de Planck $E = \hbar\omega$, e a relação de de Broglie $p = \hbar k$, considerando também que nesse trabalho definimos $c = \hbar = 1$, logo usando (3.6) e sabendo que $p = k$ e $E = \omega$ chegamos a seguinte expressão:

$$E^2 = p^2 + m^2,$$

que é a relação energia-momento na TRR.

Com a equação (3.6) podemos calcular a velocidade de fase é,

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\left(\omega^2 - m^2\right)^{\frac{1}{2}}} = \left(1 - \frac{m^2}{\omega^2}\right)^{-\frac{1}{2}},$$

e a velocidade de grupo,

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{k}{\left(k^2 + m^2\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{\left(\omega^2 - m^2\right)^{\frac{1}{2}}}{\omega} = \left(1 - \frac{m^2}{\omega^2}\right)^{\frac{1}{2}},$$

implicando numa dispersão do pacote de ondas, já que $v_f$ é difrente de $v_g$ . Vale ressaltar que as ondas eletromagneticas viajam com velocidade abaixo de $c$, pois somente com frequências tendendo ao infinito teremos $v = c = 1$.

Se tivermos duas ondas com frequências $\omega_1$ e $\omega_2$ podemos calcular a diferença das velocidades. Com $\omega_1 > \omega_2 >> m$,

$$\Delta v = v_{g1} - v_{g2} = \frac{m^2}{2}\left(\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2}\right) + O\left[\left(\frac{m^2}{\omega_1^2}\right)^4\right]$$

desprezando termos de ordem supeior $(\frac{m^2}{\omega_1^2})^4$, ficamos com;

$$\Delta v = v_{g1} - v_{g2} = \frac{m^2}{2}\left(\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2}\right) \tag{3.7}$$

podemos considerar a equação assim em termos do comprimento de onda, $\lambda$;

$$\Delta v = \frac{m^2}{8\pi^2}\left(\lambda_1^2 - \lambda_2^2\right). \tag{3.8}$$

Se a distância que as partículas percorrem é L, temos que a diferença de tempo de chegada é:

$$\Delta t = \frac{L}{v_{g1}} - \frac{L}{v_{g2}} \approx \frac{L}{8\pi^2}\left(\lambda_2^2 - \lambda_1^2\right) m^2. \tag{3.9}$$

A partir dessas equações podemos calcular o parâmetro $m$.

# Capítulo 4

# MODELO DE MYERS-POSPELOV

Myers e Pospelov propuseram uma teoria efetiva de campos, onde se considerava altas ordens derivativas e a presença de um quadrivetor constante, $n_\mu$, que interage com campos escalar, fermiônicos e eletromagnético. Onde as lagrangianas modificadas podem ser adicionadas a cada lagrangiana usual do setor a fim de obter novas relações de dispersão. . De acordo com (Myers und Pospelov, 2003) são 6 os critérios gerais que as lagrangianas propostas devem satisfazer:

- $(i)$ Quadrática no mesmo campo ,
- $(ii)$ Contem uma derivada a mais no termo cinética do que o habitual ,
- $(iii)$ Invariante de calibre ,
- $(iv)$ Invariante de Lorentz , exceto por $n_\mu$,
- $(v)$ Não redutível a operadores de dimensão inferior na equação de movimento ,
- $(vi)$ Não redutível a uma derivada total.

O intuito da construção da TCE , considerando tais aspectos, está na expectativa de obtenção de efeitos de gravitação quântica para certa escala de energia. Nesta escala , espera-se que haja a discretização do espaço-tempo , tomando uma forma granulada (*Sampaiou.a.*, 2018). Como a simetria de Lorentz é do tipo continua, espera-se que ela seja quebrada.

O termo proposto para a modificação da eletrodinâmica pode ser expresso da seguinte forma;

$$\mathcal{S} = \frac{g}{2}\int d^4x n^\mu F_{\mu\nu}(n\cdot\partial)n_\alpha \tilde{F^{\alpha\nu}}, \tag{4.1}$$

onde $g = \frac{\xi}{M_p}$ , $\xi$ parâmetro de Myers-Pospelov, $M_p$ é a massa de Planck, que é da ordem de $10^{19}GeV$, esse termo está presente na equação para mensurar os efeitos residuais quando essa é acoplada a eletrodinâmica de Maxwell. A (4.1) tem uma dependência explícita do quadrivetor $n_\mu$, este que determina o tipo de violação de simetria será estudado. Então temos os seguintes casos; Para o caso $n_\mu = (n_0, 0)$ tipo-tempo , temos uma violação apenas para o caso de transformações de translação e de velocidades (boosts), que caracteriza o modelo isotrópico. Considerando $n_\mu = (0, \vec{n})$, tipo-espaço, neste caso viola-se somente para transformações de rotações, este corresponde ao modelo anisotrópico.

## 4.1 Equação de movimento

Inicialmente consideramos o termo usual da eletrodinâmica (2.7) e para estudar os efeitos da violação de simetria de Lorentz(VSL), adicionamos o termo dado na equação (4.1), teremos a ação efetiva;

$$\mathcal{S} = \int dx^4 \left[ -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - J_\mu A^\mu + \frac{\xi}{M_P} n^\mu F_{\mu\nu} (n \cdot \partial) n_\alpha \tilde{F}^{\alpha\nu} \right] \tag{4.2}$$

Podemos observar que na ação temos derivadas segundas em $A^\nu$, então de forma geral, tendo a variação $\delta S = \delta \mathcal{F}$ considerando a segunda ordem derivativa no funcional $\mathcal{F} = \mathcal{L}\left(A_\mu, \partial_\mu A_\mu, \partial_\nu \partial_\mu A_\mu\right)$ . Aplicando o princípio da mínima ação $\delta \mathcal{S} = 0$ temos a equação de Euler-Lagrange com uma ordem derivada a mais,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\gamma} = \partial_\sigma \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\sigma A_\gamma)} \right] - \partial_\sigma \partial_\rho \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\sigma \partial_\rho A_\gamma)} \right]. \tag{4.3}$$

Como já calculamos anteriormente o termo usual da eletrodinâmica, basta resolver o termo de Myers e Pospelov. Neste só se aplica, da (4.3), o segundo e terceiro termos. Então considerando a derivada em relação $\partial_\sigma A_\lambda$ :

$$\partial_\sigma \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\sigma A_\gamma)} \right] = \frac{\partial_\sigma \left[ \partial \left[ g n^\mu (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) (n \cdot \partial n_\alpha) \tilde{F}^{\alpha\nu} \right] \right]}{\partial (\partial_\sigma A_\gamma)},$$

$$\partial_\sigma \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\sigma A_\gamma)} \right] = g n^\sigma \partial_\sigma (n \cdot \partial) n_\alpha \tilde{F}^{\alpha\gamma} - g n^\gamma (n \cdot \partial) n_\alpha \partial_\sigma \tilde{F}^{\alpha\sigma},$$

No segundo termo temos a identidade de Bianchi, $\partial_\sigma \tilde{F}^{\alpha\sigma} = 0$, portanto so temos a contribuição do primeiro termo,

$$\partial_\sigma\left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\partial_\sigma A_\gamma\right)}\right]=gn^\sigma\partial_\sigma\left(n\cdot\partial\right)n_\alpha\tilde{F}^{\alpha\sigma}$$

Derivando em relação $\partial_\sigma\partial_\rho A_\lambda$,

$$\partial_\sigma\partial_\rho\left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\partial_\sigma\partial_\rho A_\gamma\right)}\right]=-g\left(n\cdot\partial\right)^2 n_\alpha\varepsilon^{\alpha\lambda\nu\sigma}\partial_\lambda A_\nu$$

.

Lembrando que o termo usual temos o resultado ja conhecido $\partial_\mu F^{\mu\nu}=J^\nu$, de modo que somando tudo, o resultado é:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu}+g\left(n\cdot\partial\right)^2 n_\alpha\varepsilon^{\nu\alpha\lambda\sigma}F_{\gamma\sigma}=J^\nu. \tag{4.4}$$

Essa equação de movimento pode ser escrita também da seguinte forma;

$$\partial_\mu G^{\mu\nu}=J^\nu, \tag{4.5}$$

onde $G^{\mu\nu}=F^{\mu\nu}+2g\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}n_\alpha(n\cdot\partial)A_\beta$

## 4.2 Equações de Maxwell modificadas

Como visto no capítulo anterior, teremos novamente modificações nas equações de Maxwell. Começando com a lei de Gauss, partindo da equação (4.5) tomando $\nu=0$,

$$\partial_0 G^{00}+\partial_i G^{i0}=J^0,$$

$$0+F^{i0}+2g\varepsilon^{i0\alpha\beta}n_\alpha(n\cdot\partial)^2A_\beta=\rho,$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}+2g\left(n\cdot\partial\right)^2\left(\vec{n}\cdot\vec{B}\right)=\rho.$$

Que é a lei de Gauss, onde podemos observar que essa equação depende do quadrivetor $n^\mu$, então podemos determinar sua forma escolhendo o tipo de vetor. Para o caso do tipo-espaço $n=(n_0,0)$, ou seja, no caso isotrópico,$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=\rho$,(Castro u. a., 2017). Portando nesse caso o resultado não é afetado pela Violação da Invariança de lorentz (VIL). No caso da lei de Ampere-Maxwell, tomando $\nu=j$ na (4.5),

$$-\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}+\vec{\nabla}\times\vec{B}+2g\left(n\cdot\partial\right)^2\left(n_0\vec{B}-\vec{n}\times\vec{E}\right)=\vec{J}. \tag{4.6}$$

Se consideramos o caso isotrópico, $n_\mu = (n_0, 0)$, a equação será conduzida a uma violação de translação, logo,

$$-\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{\nabla} \times \vec{B} + 2gn_0^3 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{J}.$$

Vale ressaltar que as modificações geradas pelo termo de violação somente ocorrem nas equações não homogêneas, ou seja, nas que possuem fonte (Castro u. a., 2017). Já para as equações de Maxwell homogêneas não teremos alterações, logo retornamos para (2.11) e (2.12).

## 4.3 Relação de dispersão modificada

Uma das principais consequências da VIL em altas energias é o fenomeno da birrefringência dos fótons, ou seja, é a decomposição da luz se propagrando em duas diferentes componentes. No caso da eletrodinâmica com VIL, é comum ter birrefringência no vácuo, determinada pelo quadrivetor $n_\mu$ (Castro u. a., 2017). Para investigar tal efeito de violação de simetria de Lorentz, vamos obter a seguir a relação de dispersão modificada. Começamos derivando (4.6) em relação a $-\partial/\partial t$ e disconsiderando cargas e fontes.

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - 2g(n \cdot \partial)^2 \left[ n_0 \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t} \left( \vec{n} \times \vec{E} \right) \right] = 0$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} - 2g(n \cdot \partial)^2 \left[ n_0 \vec{\nabla} \times \vec{E} - \frac{\partial}{\partial t} \left( \vec{n} \times \vec{E} \right) \right] = 0$$

pela identidade $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E}$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E} - 2g(n \cdot \partial)^2 \left[ -n_0 \vec{\nabla} \times \vec{E} - \frac{\partial}{\partial t} \left( \vec{n} \times \vec{E} \right) \right] = 0$$

Para um palpite do tipo ; $\vec{E}(x) = \tilde{E}(k) e^{-ikx}$

$$k^2 \tilde{E} + \vec{k}(\vec{k}\tilde{E}) + 2g(n \cdot \partial)^2 \left[ -n_0 \vec{\nabla} \times \vec{E} - \frac{\partial}{\partial t} \left( \vec{n} \times \vec{E} \right) \right] = 0$$

resolvendo os determinantes temos a relação covariante;

$$(k^2)^2 - 4g^2 (n \cdot k)^4 \left[ (k \cdot n)^2 - k^2 n^2 \right] = 0 \tag{4.7}$$

### 4.3.1 Modelo isotrópico

Nesse trabalho será considerado o quadrivetor do tipo-tempo $n_\mu = (n_0, 0)$, dado que queremos estudar apenas as transformções de velocidades, onde $\vec{n} = 0$ e $k^2 = k_0^2 - |\vec{k}|^2$. Logo a relação de dispersão fica da seguinte forma,

$$(k^2)^2 - 4g^2 k_0^4 \vec{k}^2 n_0^6 = 0$$

para frequêcia temos,

$$w_\lambda(\vec{k}) = \frac{\vec{k}}{\sqrt{1 + 2g\lambda|\vec{k}|n_0^3}}$$

para $|\vec{k}| << 1/(2gn_0^3)$, podemos escrever:

$$w_\lambda(\vec{k}) = |\vec{k}| \pm g n_o^3 |\vec{k}|^2 \tag{4.8}$$

Já a velocidade de grupo será,

$$v_g(\vec{k}) = \frac{\partial w_\lambda(\vec{k})}{\partial |k|} = \frac{(1 \pm g|\vec{k}|n_0^3)}{(1 \pm 2g|\vec{k}|n_0^3)^{\frac{3}{2}}}$$

# Capítulo 5

# ASPECTOS FENOMENOLÓGICOS.

## 5.1 Dispersão cosmológica e Fast Radio Bursts

Os Fast radio burts (FRBs) foram descobertos em 2007 em uma revisão de dados de 2001 do radiotelescópio australiano de Parkes (64 m) (Lorimer u. a., 2007). Estes são flashes de rádio extragalacticos cuja origem ainda não foi identificada. O mesmo tem duração de dezenas de microssegundos ](até alguns segundos), alta densidade de fluxo (até 160 Jy) e grandes medidas de dispersão DM (de 100 à 2500 cm$^3$ $pc$)(Vieira, 2020).

O atraso de tempo dependendo da frequencia nos Fast radio burts (FRBs) pode ser usado para restrigir a massa do fóton (*Bonettiu.a.*, 2016). Se tivermos flashes com frenquências distintas, $\omega_1 > \omega_2$, podemos utilizar a equação (3.7) para calcular o parametro $m$.

Como trata-se de um evento astrofísico vamos considerar a distância, assim como em (Bonetti u. a., 2016), representada por;

$$\Delta L = \int_0^z \frac{\Delta v}{H_z} dz' \tag{5.1}$$

onde $H_z = H_0\sqrt{\Omega_\lambda + \Omega_m(1+z)^3}$. Substituindo temos a seguinte equação,

$$\Delta L = H_0^- 1 \int_0^z \frac{\Delta v}{\sqrt{\Omega_\lambda + (1+z')^3\Omega_m}} dz' \tag{5.2}$$

Dada diferença de velocidades de grupos em (3.7), com a distância comove, temos;

$$\Delta v = \frac{m^2}{2(1+z)^2}\left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2}\right) \tag{5.3}$$

considerando que $\Delta L = c\Delta t$, temos que a diferença de chegada dos flashes é a seguinte;

$$\Delta t = \frac{m^2}{2H_0}\left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2}\right)\int_0^z \frac{1dz'}{(1+z')^2\sqrt{\Omega_\lambda + (1+z')^3\Omega_m}} \tag{5.4}$$

para $I(z') = \int_0^z \frac{dz'}{(1+z')^2\sqrt{\Omega_\lambda+(1+z')^3\Omega_m}}$ , temos ;

$$m^2 = \frac{\Delta t 2H_0}{I(z')}\left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2}\right)^{-1}$$

$$m = \sqrt{\frac{\Delta t 2H_0(\frac{1}{E_1^2} - \frac{1}{E_2^2})^{-1}}{I(z')}} \tag{5.5}$$

Usando os valores estabelecidos no artigo ($Bonettiu.a.$, 2016) $f_1 = 1,2GHz$ e $f_2 = 1,5GHz$ para as frequências, lembrando que $\omega = 2\pi f$; já para as constantes cosmologicas $\Omega_m = 0,286$, $\Omega_\Lambda = 0,714$ e $h_0 = H_0/(100kms1Mpc1) = 0,69$. Assim obtemos o limite superior para a massa do fóton;

$$m < 2,6.10^{-14}eVc^{-2}(4,6.10^{-50}\text{kg})$$

Como visto o limite superior obtido para a massa do fóton , tem um valor muito pequeno, da ordem de $10^{-50}$kg, o que indica que essa massa realmente pode ser desprezada.

## 5.2 Birrefrigência cosmológica e Gamma-ray bursts

Os eventos Gamma-ray bursts (GRBs) vêm de algumas das explosões mais energéticas conhecidas no universo, perdendo apenas para a própria explosão inciais do universo, são flashes breves e intensos de raios gama originários de distâncias cosmológicas (Castro u. a., 2017). Provavelmente a maioria desses eventos ocorram quando estrelas de nêutron ou mesmo buracos negros colidem. Essa colisão gera um gigante pulso de raios gama, com duração de poucos segundos ate alguns minutos. Essas observações astrofísicas, dos quais é possível medir grau de polarização da velocidades de fótons, apresentam a possibilidade de detectar pequenas evidências da VIL.

O evento GRB 041912A foi observado pelo sistema de alerta do satélite do laboratório astrofísico internacional de raio gama(INTEGRAL). O destaque dar-se ao fato do alto grau de polarização observado numa rápida emissão de radiação. As medidas que serão utilizadas nesse trabalho são as seguintes: $\Delta\theta = 47°$, para o grau de polarização obtidas pelas medidas feitas considerando a duração da explosão da radiação e $d = 85Mpc = 2.6x10^26cm$ para o limite inferior da distancia da luminosidade correspondente a um redshift de $zred = 0,02$, (Laurent u. a., 2011).

Para restrições na VIL que buscam efeitos de birrefringência no vácuo, prevista em (Reyes, 2010), temos uma modificação cúbica na relação de dispersão (4.8), sendo mantido a invariância de calibre e transformação de translação. Expandindo (4.8) e desconsiderando termos de maior ordem , temos;

$$w\pm = |p|\sqrt{1 \pm \frac{2\xi k}{M_p}} = |k|\left(1 \pm \frac{\xi k}{M_p}\right)$$

Por se tratar de uma polarização circular direita ou esquerda, temos o sinal de $\pm$ que corresponde a helicidade na relação de dispersão. Com o efeito de birrefringência da luz no vácuo podemos mensurar o parâmetro $\xi$ que controla os limites de quebra de simetria de Lorentz.

Para um ângulo rotacionado do vetor de polarização $d\theta$ durante um intervalo de tempo infinitesimal $dt$,

$$d\theta(p) = \frac{1}{2}[\omega_+(k) - \omega_-(k)]dt$$

que em termos do redshift,

$$d\theta(p) = \frac{1}{2}[\omega_+(k) - \omega_-(k)]\frac{dz}{(1+z)H_z}$$

Utilizando a equação (5.2), temos,

$$\Delta\theta(k,z) = \frac{\xi k^2 F(z)}{M_p H_0} \qquad ,\text{onde} \quad F(z) = \int_0^z \frac{(1+z')dz'}{[\Omega_m(1+z')^3 + \Omega_\lambda]^{\frac{1}{2}}} \tag{5.6}$$

Para resolver essa equação vamos utilizar as informações dadas em (Laurent u. a., 2011) ,onde $\Delta\theta(\rho) = 47$ que é o ângulo de polarização feito a uma distância cosmológica $d = 85Mpc = 2,6.10^26cm$. Os parâmetros cosmológicos padrões são: constante de Hubble $H_0 = 1,51.10^{-42}GeV$, $\Omega_m = 0,27$ sendo a constante relacionada a densidade de matéria escura, $\Omega_\Lambda = 0,73$ sendo a constante de densidade de energia escura e o redshift $z = 0,02$. Com esses dados chegamos ao valor estimado abaixo;

$$\xi < \frac{2M_p\Delta\theta}{(k_2^2 - k_1^2)d} = 1,09.10^{-14}.$$

Como podemos observar, temos um limite muito restritivo para o parâmetro $\xi$. O que indica que deveríamos utilizar uma escala de energia ainda maior que a escala de Planck para obter resultados para restrições relevantes, porém temos poucas referências de trabalhos nesse sentido.

# Capítulo 6

# Considerações finais

Neste trabalho inicialmente estudamos a formulação lagrangiana para teoria de campos, onde partimos do caso de uma partícula discreta para o caso que a densidade de lagrangiana define um campo. Então apresentamos o modelo que representa a eletrodinâmica usual, do qual obtemos os resultados já bem conhecidos. Passamos para o estudo da eletrodinâmica modificada, que no primeiro caso trata-se do modelo de Proca. Este que atribui ao termo que viola a simetria de Lorentz um caráter de massa. Além desse modelo temos de MP, este que apresenta operados de dimensão 5, ou seja temos um termo de quebra de gauge com mais ordens derivativas.

A partir dessa base teórica inciamos a segunda parte do trabalho em busca de resultados físicos significativos para os parâmetros ate então estudado. No capítulo da fenomenologia, começamos estudando o GBRS, o qual podemos ver alguns indícios de birrefringência da luz no vácuo, porém o valor encontrado para o parâmetro em questão é da ordem de $10^{-14}$, o que seria um valor muito restrito.

Para discuti sobre o possível valor não-nulo da massa do fóton usamos também dados astrofísicos obtidos de um FRBs onde, sabendo que existe uma diferença de chegada de partículas com frequências distintas, foi possível estimar um valor de limite superior para a massa fotônica. Esse valor é da ordem de $10^{-50}$kg, esse resultado pode indicar que a massa do fóton pode ser realmente desprezada.

Por fim, temos que os resultados obtidos nesse trabalho reforçam que a invariância de Lorentz possivelmente é uma simetria exata da natureza. Podemos, também, cogitar que o formalismo da TCE seja insuficiente para observar esses efeitos.

# Referências Bibliográficas

[Bonetti u. a. 2016] BONETTI, Luca ; ELLIS, John ; MAVROMATOS, Nikolaos E. ; SAKHAROV, Alexander S. ; SARKISYAN-GRINBAUM, Edward K. ; SPALLICCI, Alessandro D.: **Photon mass limits from fast radio bursts**. In: *Physics Letters B* 757 (2016), S. 548–552

[Carroll u. a. 1990] CARROLL, Sean M. ; FIELD, George B. ; JACKIW, Roman: **Limits on a Lorentz-and parity-violating modification of electrodynamics**. In: *Physical Review D* 41 (1990), Nr. 4, S. 1231

[Castro u. a. 2017] CASTRO, João Paulo de S. u. a.: **Descrição teórica e fenomenológica da eletrodinâmica violando a invariância de Lorentz com operadores de altas ordens derivativas.** (2017)

[Colladay und Kosteleckỳ 1998] COLLADAY, Don ; KOSTELECKỲ, V A.: **Lorentz-violating extension of the standard model**. In: *Physical Review D* 58 (1998), Nr. 11, S. 116002

[Ferrari 2019] FERRARI, AF: A busca por violações da simetria de Lorentz: testando os princípios da relatividade restrita na escala de Planck. In: *Revista Brasileira de Ensino de Física* 41 (2019)

[Gonçales 2008] GONÇALES, Eslley S.: **A massa do fóton e a eltrodinâmica de Proca** . (2008)

[Laurent u. a. 2011] LAURENT, Pea ; GÖTZ, D ; BINÉTRUY, P ; COVINO, S ; FERNÁNDEZ-SOTO, Alberto: **Constraints on Lorentz invariance violation using integral/IBIS observations of GRB041219A**. In: *Physical Review D* 83 (2011), Nr. 12, S. 121301

[Lemos 2007] LEMOS, Nivaldo A.: ***Mecânica analítica***. Editora Livraria da Física, 2007

[Lorimer u. a. 2007] LORIMER, Duncan R. ; BAILES, Matthew ; MCLAUGHLIN, Maura A. ;

NARKEVIC, David J. ; CRAWFORD, Froney: **A bright millisecond radio burst of extragalactic origin**. In: *Science* 318 (2007), Nr. 5851, S. 777–780

[Myers und Pospelov 2003] MYERS, Robert C. ; POSPELOV, Maxim: **Ultraviolet modifications of dispersion relations in effective field theory**. In: *Physical Review Letters* 90 (2003), Nr. 21, S. 211601

[Nussenzveig 2014] NUSSENZVEIG, Herch M.: ***Curso de física básica: Ótica, relatividade, física quântica (vol. 4)***. Editora Blucher, 2014

[Reyes 2010] REYES, C M.: **Causality and stability for Lorentz-C P T violating electrodynamics with dimension-5 operators**. In: *Physical Review D* 82 (2010), Nr. 12, S. 125036

[Sampaio u. a. 2018] SAMPAIO, Thiago Alves de Sá M. u. a.: **A eletrodinâmica e a gravidade linearizada sob os efeitos da violação da invariância de Lorentz na escala de Planck.** (2018)

[Vieira 2020] VIEIRA, Frederico Augusto S.: **Protótipo de radiômetro simples para pesquisa em fast radio burst com o radiotelescópio BINGO.** (2020)